

# UN MODELE POUR LA SYNTHÈSE GEOMETRIQUE PRELIMINAIRE DE CHAINES DE TRANSFORMATION DE MOUVEMENT TRIDIMENTIONNELLES

Jean-Christophe WAHL<sup>(1)</sup>, Marc SARTOR<sup>(1)</sup>, Jean-Christophe FAUROUX<sup>(2)</sup>, Manuel PAREDES<sup>(1)</sup>

(1) LGMT – Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse

INSA, 135 avenue de Rangueil 31077 TOULOUSE Cedex

(2) LaRAMA – Laboratoire de Recherche et Applications en Mécanique Avancée

IFMA, Les Cézeaux, BP 365 63175 AUBIERE Cedex

## Résumé :

*Le concept de squelette de mécanisme, qui consiste à représenter par des structures filaires les caractéristiques principales de l'architecture d'un mécanisme, est rappelé. Ce article montre que ce concept, que nous avons appliqué jusqu'ici aux seuls réducteurs de vitesse, peut être étendu à des chaînes de transformation de mouvement comportant des modules tels que bielle-manivelle, excentrique, pignon-crémaillère ou came. La construction automatique d'un modèle géométrique associé au squelette est présentée. Ce modèle est mis en œuvre dans le cadre d'un processus de synthèse géométrique permettant au concepteur de vérifier qu'une structure candidate peut satisfaire des contraintes d'orientation et de position.*

## Abstract :

*The skeleton principle which consists in representing the main features of mechanism architectures by filar structures at the early stage of design is presented. The possibility of extending the skeleton concept to constructive primitives such as slider-crank, eccentric, rack-and-pinion or cam is considered. Using the well-known mDH notations, an assembly method is proposed, allowing for the automatic construction of the geometrical model of any 3D cinematic chains. This model is used within a closed chain synthesis process to help designers check whether a candidate structure can satisfy both orientation and position constraints.*

## Mots clés :

**Synthèse de mécanismes, modèle géométrique, CAO, techniques d'optimisation**

## 1 Introduction

La conception d'un système mécanique débute le plus souvent par une étape de synthèse cinématique. Celle-ci s'emploie à définir une structure mécanique capable de générer les mouvements particuliers requis pour animer les organes fonctionnels du système. Nous nous intéressons ici à la classe particulière des mécanismes de transformation de mouvement. Le problème de synthèse consiste dans ce cas à obtenir, à partir d'un mouvement d'entrée fourni par un actionneur conventionnel, qu'un arbre de sortie, auquel sera lié l'organe utile du système, assure par rapport au bâti fixe de la machine un mouvement de rotation ou de translation respectant une fonction donnée du temps. Nous nommerons ici "chaîne de

transformation de mouvement" les structures de cette classe quand elles sont obtenues par mise en série de "Modules Mécaniques Élémentaires ou MME", qui sont des étages élémentaires bien connus de transformation de mouvement (engrenages, bielle-manivelle, vis-écrou...). La littérature propose plusieurs méthodes d'assistance pour la synthèse de ce type de chaînes cinématiques. Par exemple, Buchsbaum et Freudenstein (1970) ont utilisé les graphes pour représenter les chaînes composées d'engrenages en série. Plus récemment, Subramanian (1993), Chakrabarti et Bligh (1996) et d'autres scientifiques travaillant dans le domaine de la physique qualitative ont proposé différentes méthodes basées sur les techniques de l'intelligence artificielle. Les spécifications que le concepteur de ce type de structures doit généralement respecter ne portent pas seulement sur la nature du mouvement de sortie attendu, elles comportent aussi un certain nombre de contraintes à respecter, parmi lesquelles figurent souvent des contraintes géométriques comme la position et l'orientation requise pour les organes d'entrée et de sortie. La plupart des méthodes d'assistance ignorent ces contraintes géométriques, ne considérant que les aspects fonctionnels. L'approche de Kota (1992), qui s'appuie sur des matrices pour représenter les étages élémentaires, est l'une des seules capable de gérer dès la première étape de conception des contraintes géométriques, mais elle se limite aux contraintes d'orientation et n'accepte que les trois directions principales ( $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ ) du repère de travail. Dans tous les cas, il serait donc utile et intéressant de pouvoir prolonger l'étape de synthèse topologique par une étape de synthèse géométrique qui seule permettra de vérifier qu'une structure candidate satisfait aussi toutes les contraintes géométriques (orientations et positions). Nous nous intéressons ici à la définition de modèles géométriques susceptibles de sous-tendre ce travail de vérification.

Fauroux et *al.* (2000) ont présenté un modèle basé sur le concept de "squelette de mécanisme" capable de représenter et positionner dans l'espace les éléments géométriques principaux de tout réducteur de vitesse, et cela pour des orientations quelconques dans l'espace 3D des organes constitutifs. Avec ce modèle, les contraintes géométriques peuvent être gérées globalement grâce à l'utilisation d'une formulation analytique détaillée de type Denavit-Hartenberg. Fauroux (1999) a développé un outil d'assistance dans lequel une vingtaine de MME sont proposés, tels que les engrenages cylindriques, les engrenages à roues coniques, les roues-vis...

Nous montrons dans cet article que ce concept du squelette peut être étendu à des chaînes de transformation de mouvement plus complexes, notamment celles qui comportent des MME tels que le bielle-manivelle, l'excentrique, le pignon-crémaillère...

## 2 Données de départ du problème de synthèse géométrique

Nous considérons qu'un travail de synthèse structurelle a été mené en amont, se terminant par la sélection de l'un des schémas de principe potentiels pour le mécanisme à l'étude. Les éléments qui définissent cette architecture candidate, c'est-à-dire la liste ordonnée des MME constitutifs, vont servir de donnée d'entrée à notre problème de synthèse géométrique. Les spécifications complémentaires qui seront prises en compte sont d'ordre géométrique (voir la figure 1) : l'enveloppe parallélépipédique dans laquelle tous les éléments du mécanisme doivent être inscrits, la position ( $O_0$ ) et l'orientation ( $\mathbf{Z}_0$ ) de l'arbre d'entrée, la position ( $O_S$ ) et l'orientation ( $\mathbf{Z}_S$ ) de l'arbre de sortie.

## 3 Principe du squelette

Le travail de synthèse considéré ici arrive très tôt dans le processus de conception. Son seul but est de vérifier qu'une solution architecturale candidate pourra offrir une configuration spatiale compatible avec les spécifications géométriques.

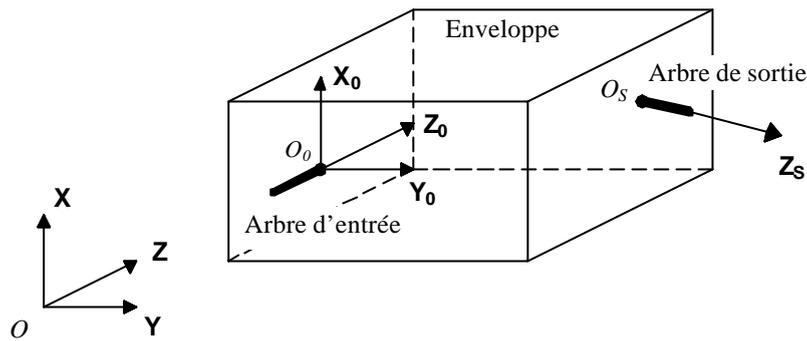


FIG. 1 : *Spécifications*

Nous avons cherché à alléger au maximum le volume des calculs induits par cette tâche, ce qui nous a conduits à simplifier le plus possible la modélisation géométrique du mécanisme. Nous avons éliminé tous les volumes des pièces et retenu seulement les éléments géométriques qui jouent un rôle dans la position et l'orientation de la sortie par rapport à l'entrée. Chaque MME est ainsi représenté schématiquement par un modèle filaire minimal que nous nommons "squelette". La colonne de droite de la figure 2 donne le squelette associé à quelques uns des composants de notre base. La première ligne de cette figure fait apparaître les 3 MME suivants : engrenage cylindrique à contact extérieur et arbres opposés, système vis-écrou (une des configurations possibles), came avec suiveur axial. La deuxième ligne regroupe un engrenage à roues coniques, un excentrique (une variante), un bielle-manivelle. La troisième ligne est relative à un engrenage roue-vis et un pignon-crémaillère (deux variantes selon l'organe qui sert d'entrée). On peut remarquer que des MME appartenant à des classes très différentes possèdent le même squelette. Actuellement, notre base compte 39 MME mais seulement 10 squelettes différents.

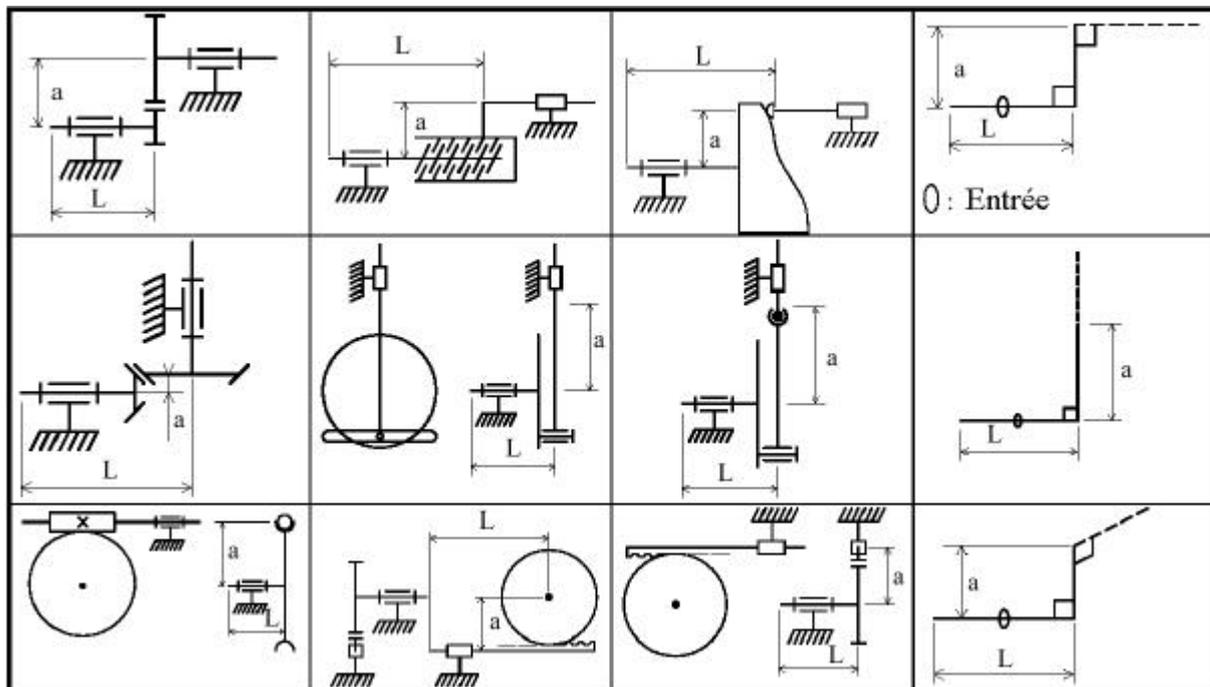


FIG. 2 : *Quelques MME avec leurs squelettes associés*

### 4 Modèle géométrique

Au stade de la conception où nous nous plaçons, la structure n'est pas encore dimensionnée. Parmi les paramètres géométriques qui caractérisent un mécanisme, et donc son squelette, il en existe un certain nombre qui peuvent être changés sans que cela remette en cause le bon fonctionnement de ce mécanisme. Ces paramètres, qui sont des longueurs ou des angles, peuvent être considérés comme les variables d'un problème de synthèse géométrique. Ces "degrés de liberté" peuvent être schématisés par des liaisons prismatiques et des liaisons pivots. De cette façon, le squelette peut être vu comme une structure déformable. Les notations dites "Denavit-Hartenberg modifiées" (ou mDH), bien connues dans le domaine de la robotique, peuvent être employées pour modéliser les configurations dans l'espace de cette structure. Le problème initial de synthèse géométrique peut alors être vu comme un problème de fermeture de chaîne cinématique, ou comme celui de la recherche du modèle géométrique inverse d'un robot.

#### 4.1 Modèle géométrique associé au squelette

Le squelette de chaque MME est maintenant considéré comme une série de corps, le corps (j-1) étant lié au corps j par la liaison J<sub>j</sub> qui est soit une liaison prismatique (variable longueur), soit une liaison pivot (variable angulaire). La matrice de transformation qui permet le passage du repère R<sub>(j-1)</sub>, lié au corps (j-1), au repère R<sub>j</sub> est :

$$[T]_{j-1}^j = \begin{bmatrix} \cos \mathbf{q}_j & -\sin \mathbf{q}_j & 0 & d_j \\ \cos \mathbf{a}_j \sin \mathbf{q}_j & \cos \mathbf{a}_j \cos \mathbf{q}_j & -\sin \mathbf{a}_j & -r_j \sin \mathbf{a}_j \\ \sin \mathbf{a}_j \sin \mathbf{q}_j & \sin \mathbf{a}_j \cos \mathbf{q}_j & \cos \mathbf{a}_j & r_j \cos \mathbf{a}_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{a}_j$ ,  $d_j$ ,  $\mathbf{q}_j$  et  $r_j$  sont les 4 paramètres du modèle mDH.

La figure 3 donne le modèle géométrique du squelette associé aux MME ayant des arbres parallèles opposés. Les paramètres correspondant sont illustrés sur la droite de la figure.  $q_j$  représente la variable introduite par la liaison J<sub>j</sub>.

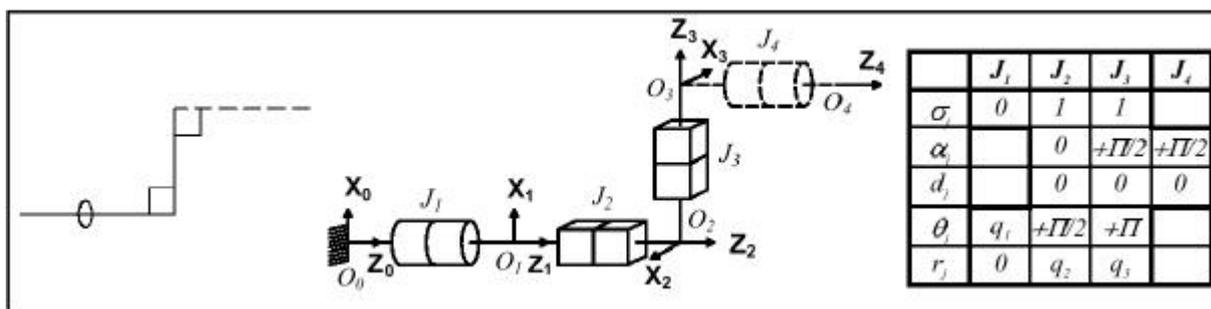


FIG. 3: Modèle géométrique d'un squelette élémentaire

#### 4.2 Modèle géométrique du mécanisme complet

Un modèle géométrique est associé à chaque squelette et un squelette est associé à chaque MME. Dans la mesure où une chaîne de transformation de mouvement est formée d'une série de MME, il suffit, pour obtenir son modèle géométrique complet, de placer bout à bout les différents modèles géométriques des MME constitutifs. Notons qu'en s'appuyant sur la formulation matricielle associée, il devient facile de construire automatiquement le modèle

géométrique de n'importe quelle chaîne de transformation de mouvement donnée en entrée. La figure 4a illustre un mécanisme de pick-up optique (utilisé pour mouvoir une tête de lecture de disques compacts) constitué de 3 MME successifs (2 engrenages et 1 pignon-crémaillère). La figure 4b donne son modèle géométrique global et la figure 4c les paramètres correspondants.

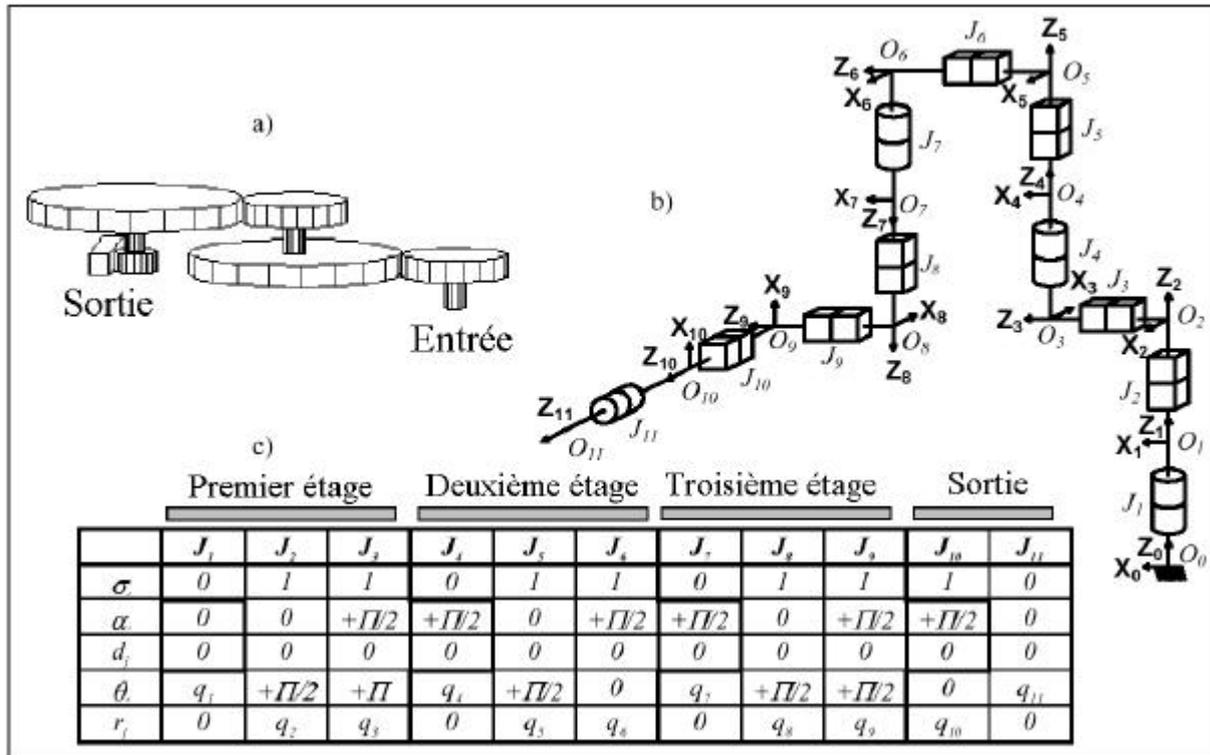


FIG. 4 : Modèle géométrique complet du pick-up optique avec  $q_2 = q_{11} = 0$  et  $q_4 = q_7 = +\mathbf{P}/2$

### 5 Expression du problème de synthèse

La recherche d'une configuration spatiale admissible revient à rechercher des valeurs des  $q_j$  qui satisfont les contraintes suivantes:

- L'arbre d'entrée étant positionné en  $(O_0, \mathbf{Z}_0)$ , l'arbre de sortie  $(O_{NJ}, \mathbf{Z}_{NJ})$  où  $NJ$  est le nombre total de liaisons, doit prendre la position et l'orientation  $(O_S, \mathbf{Z}_S)$ .
- le squelette complet doit contenir dans l'enveloppe spécifiée.
- chaque valeur de  $q_j$  doit rester à l'intérieur de son domaine de variation. Les deux limites de ce domaine sont définies soit par des critères technologiques (par exemple, les valeurs minimales du nombre de dents et du module d'une roue dentée induisent une distance minimale entre les axes de l'engrenage), ou par des éléments tirés des spécifications. Pour un excentrique (celui de la figure 2), la valeur minimale d'une variable (a) est directement dépendante de la course demandée.

Ce type de problème de synthèse est généralement redondant car le nombre de variables est plus élevé que nombre d'équations de fermeture. On obtient donc une infinité de solutions. Un critère d'optimisation doit alors être choisi pour trouver une solution avantageuse. Les concepteurs préférant généralement disposer de mécanismes compacts, nous avons choisi de minimiser la longueur totale du squelette.

## 6 Application : pick-up optique

Le processus de synthèse géométrique du mécanisme déjà introduit au paragraphe 4.2 peut être résumée de la manière suivante : la figure 5a illustre la configuration de départ. Les variables  $q_1$  à  $q_{11}$  reçoivent des valeurs par défaut qui mènent à une orientation ( $Z_{11}$ ) et une position ( $O_{11}$ ) incorrectes de l'arbre de sortie. L'algorithme d'optimisation manipule la structure pour satisfaire d'abord les contraintes d'orientation (figure 5b), puis les contraintes de position (figure 5c) pour terminer en minimisant la longueur du squelette (figure 5d).

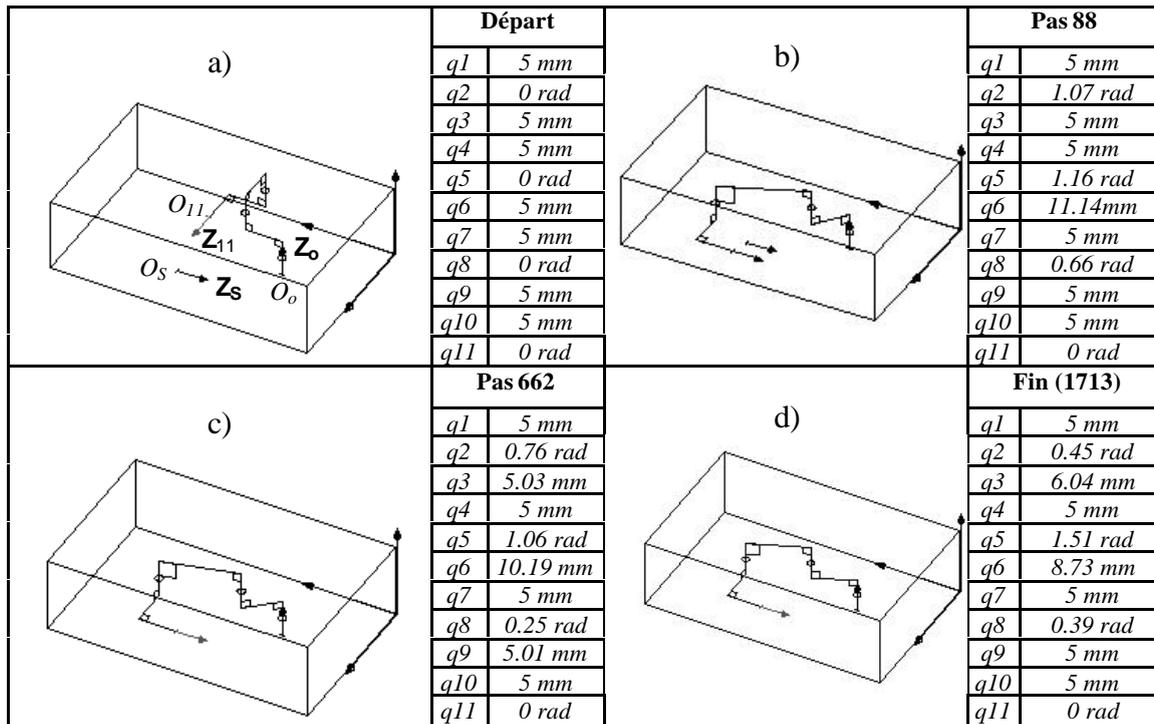


FIG. 5 : Les étapes de la synthèse géométrique préliminaire

## Références

- Buchsbaum, F. et Freudenstein, F. 1970 Synthesis of Kinematic Structure of Geared Kinematic Chains and other Mechanisms, *Journal of Mechanisms*, **5**, pp.357-392.
- Chakrabarti, A. et Bligh, T.P. 1996 An Approach to Functional Synthesis of Solutions in Mechanical Conceptual Design. Part III: Spatial Configuration, *Research in Engineering Design*, **2**, pp.116-124.
- Fauroux, J.C. 1999 *Conception optimale de structures cinématiques tridimensionnelles : application aux mécanismes de transmission en rotation*, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse.
- Fauroux, J.C. et al. 2000 Using the skeleton method to define a preliminary geometrical model for three-dimensional speed reducers, *Engineering with computers*, **16**, pp.117-130.
- Kota, S. et Chiou, S.J. 1992 Conceptual Design of Mechanisms Based on Computational Synthesis and Simulation of Kinematic Building Blocks, *Research in Engineering Design*, **4**, pp.75-87.
- Subramanian, D. et Wang, C.S. 1993 Kinematic Synthesis with Configuration Spaces, *QR-93*, Orcas Islands, USA.