

# Conception optimale de structures cinématiques 3D Application aux mécanismes de transmission en rotation

Jean-Christophe FAUROUX, Marc SARTOR

Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT)

INSA de Toulouse, Avenue de Rangueil

31077 Toulouse, FRANCE

E-mail : [J.C.Fauroux|Marc.Sartor]@gmm.insa-tlse.fr

## Résumé

Ce travail porte sur la définition d'*outils de conception préliminaire* capables de synthétiser des mécanismes. Nous proposons une méthode ainsi que le logiciel CASYMIR pour traiter le cas des mécanismes de transmission de mouvement rotatif. Un exemple de réducteur à engrenages à 3 étages montre l'intérêt d'étudier conjointement la synthèse topologique et dimensionnelle et illustre aussi l'utilité d'un couplage entre un algorithme d'optimisation et un outil de CAO.

## Abstract

This work is about defining *preliminary design tools* for mechanism synthesis. A method is demonstrated for dealing with rotation transmission mechanisms, from which the CASYMIR software was implemented. The example of a three stage geared speed reducer shows the interest of working at the topological as well as the dimensional level. The useful coupling between an optimization tool and a CAD software is also demonstrated.

## 1 Introduction

La conception de mécanismes est un processus complexe et pas encore totalement maîtrisé. Les *encyclopédies de mécanismes* constituent certainement l'outil d'aide le plus simple à l'usage des concepteurs. Elles permettent de recenser des mécanismes [2] ou des dispositions constructives [4] en introduisant parfois une notion de classement. Si les encyclopédies ne suffisent pas, il existe des méthodes de *synthèse topologique* de mécanismes permettant d'énumérer et de construire des structures de mécanismes. Parmi ces méthodes, on citera celles à base de graphes [8] ou à base d'atlas de mécanismes [10]. Une fois que la topologie du mécanisme est déterminée, des outils de *synthèse dimensionnelle* prennent le relais, basés notamment sur des méthodes d'*optimisation* [9]. On remarque que la plupart des logiciels actuels de conception de mécanismes sont plutôt des outils d'*analyse* opérant sur des mécanismes préalablement définis. De plus, ils portent généralement sur ce que nous appelons la *conception détaillée*, c'est-à-dire les dernières phases de la conception, au cours desquelles on traite de la réalisation technologique des liaisons simples.

Partant de cette constatation, l'objectif de ce travail sera de montrer comment, pour une classe particulière de mécanismes que nous définirons, on peut proposer un outil d'*aide à la synthèse* portant sur la *phase préliminaire* de la conception. Cet outil sera capable de proposer de façon créative une *topologie admissible* de mécanisme (synthèse topologique) et permettra ensuite de calculer les *dimensions de ses pièces principales* (synthèse dimensionnelle). Cette démarche devra permettre de développer un logiciel à la fois simple, portable et extensible, susceptible de guider un concepteur débutant vers une solution optimale.

## 2 Présentation de la démarche

### 2.1 Classe des mécanismes à concevoir

La méthode présentée par la suite est particulièrement adaptée au cas des mécanismes de transmission de mouvement rotatif à 1 degré de liberté et à rapport constant. La structure est linéaire en forme de chaîne. Elle

comporte plusieurs étages, disposés en série et reliés par des arbres intermédiaires, chaque étage étant lié au bâti. Comme on peut le voir sur la Fig. 1, nous nous intéresserons au cas général d'arbres disposés de façon quelconque dans l'espace, cas très peu traité dans la littérature où les arbres sont généralement tous parallèles [3, 9]. La classe ainsi définie correspond à la majeure partie des mécanismes de transmission existants.

Le mécanisme doit tenir dans un certain volume (enveloppe externe), parallélépipède de points diagonaux  $P_m$  et  $P_M$ . L'unique arbre d'entrée est défini par sa position  $O_e$  et son orientation  $\vec{Z}_e$ . De même, l'arbre de sortie est spécifié par  $(O_s, \vec{Z}_s)$ .

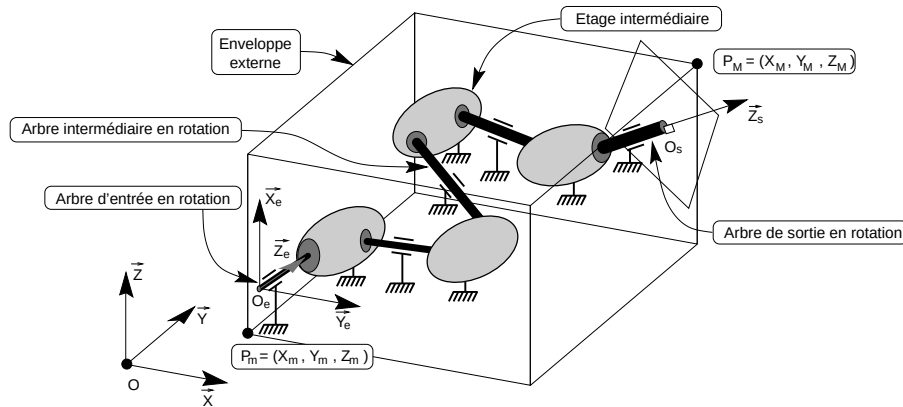


FIG. 1 – Topologie simplifiée d'un mécanisme du type « mécanisme de transmission en rotation ».

## 2.2 Méthode de conception retenue

Notre travail se situe tout en amont du processus de conception, lors de la définition la plus générale du mécanisme à concevoir (Fig. 2). Nous considérons qu'il faut commencer par définir les pièces assurant directement la transmission du mouvement : par exemple roues dentées, courroies, arbres. Par contre, la définition des guidages (paliers, roulements) interviendra ultérieurement, dans une phase de conception plus détaillée.

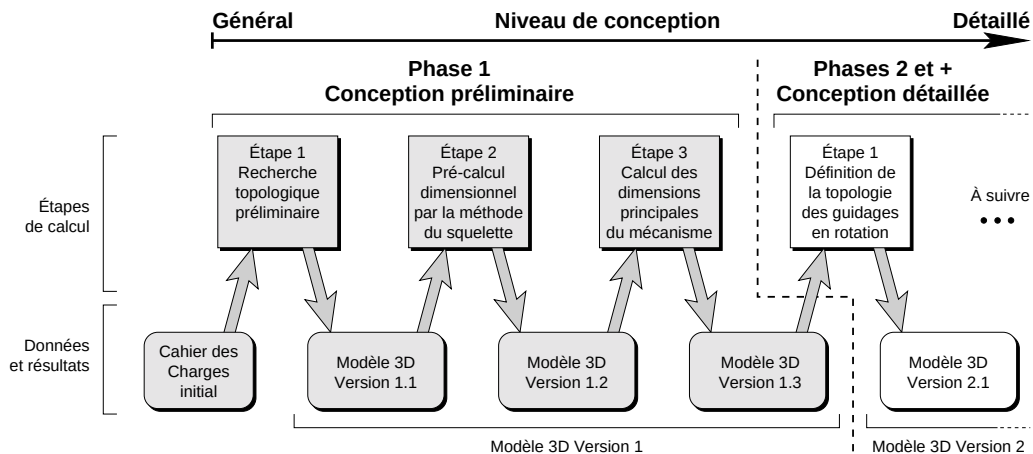


FIG. 2 – Méthode de conception préliminaire retenue (les 3 étapes grisées).

La phase de *conception préliminaire* sera divisée en 3 étapes (Fig. 2 en grisé) :

- Une étape de synthèse topologique (étape 1) qui permet de définir une structure admissible de mécanisme. Le résultat sera proposé sous forme d'un modèle CAO (Version 1.1).
- Deux étapes de synthèse dimensionnelle : le pré-calcul par la méthode du squelette (étape 2) dont le but est d'enrichir la description du mécanisme, notamment par les positions angulaires des étages consécutifs

(Version 1.2 du modèle CAO) ; le calcul des dimensions principales (étape 3) a pour rôle d'affiner encore la description du mécanisme en déterminant les cotes des pièces essentielles (Version 1.3).

## 2.3 Mise en œuvre logicielle : présentation de CASYMIR

Le logiciel CASYMIR (Conception Assistée de SYstèmes Mécaniques de transMIssion en Rotation) est la concrétisation informatique de la méthode décrite précédemment. Il est caractérisé par une architecture modulaire (Fig. 3), qui facilite la maintenance tout en donnant de grandes possibilités d'extension. Trois langages de programmation ont été utilisés : C pour les modules de calculs ; FORTRAN pour la bibliothèque d'optimisation ; Tcl/Tk pour les interfaces graphiques ainsi que les protocoles de communication entre modules. Tous les échanges de données se font en mémoire par transmission de messages. Le programme fonctionne actuellement sur toutes les plates-formes UNIX.

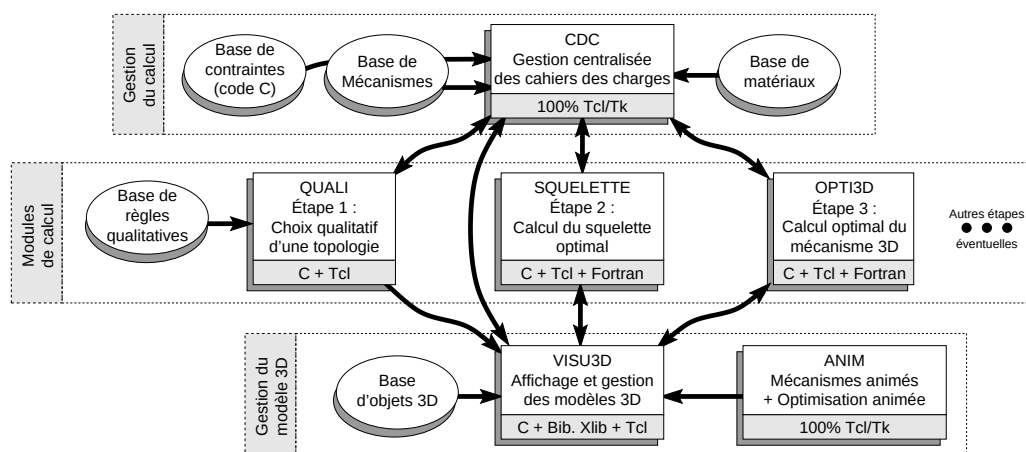


FIG. 3 – Architecture de notre programme CASYMIR.

Le module CDC tient un rôle important dans CASYMIR puisque c'est le premier module que lance l'utilisateur. Il gère les cahiers des charges de chacune des étapes du calcul et s'appuie sur 3 bases de données (contraintes, mécanismes et matériaux). Les modules de calcul (respectivement dénommés QUALI, SQUELETTE et OPTI3D) correspondent aux 3 étapes de la méthode. Comme on le voit, la méthode ainsi que le logiciel CASYMIR ont une structure ouverte qui permet l'adjonction facile d'autres étapes et modules de calcul selon les besoins. Enfin, le module VISU3D prend en charge la représentation du mécanisme (topologie et dimensions) sous forme d'un modèle CAO arborescent en puisant dans une base d'objets mécaniques.

## 3 Recherche topologique préliminaire

### 3.1 Principes

Le but est de répondre aux contraintes fonctionnelles du problème sans aborder l'aspect dimensionnel et en raisonnant *qualitativement* [5, 7]. Le calcul s'appuie sur une base de modules mécaniques élémentaires et consiste à : générer toutes les combinaisons possibles ; supprimer les combinaisons ne satisfaisant pas un certain nombre de règles qualitatives de conception (orientation des arbres, sens de rotation...) ; classer les solutions admissibles par ordre de préférence. Cette méthode simple permet d'isoler rapidement quelques centaines de solutions parmi des millions de combinaisons. Les résultats sont obtenus sous forme d'un modèle CAO du mécanisme dont la topologie est correcte mais les dimensions pas encore précisées.

### 3.2 Exemple

Cherchons par exemple tous les mécanismes comportant jusqu'à 5 étages, avec des arbres parallèles opposés un rendement supérieur à 91 %, un rapport de réduction d'environ 44 et un sens négatif de rotation. Le module

QUALI trouve en moins de 10 secondes une liste de 590 topologies compatibles sur un total d'environ 5,4 millions de combinaisons.

La Fig. 4 propose quelques unes des meilleures solution à 2 étages. Parmi elles, les cas q2 et q3 ne comportent que 2 engrènements ce qui assure un bon rendement. Notons aussi les problèmes d'interférences aigus qui s'annoncent pour q17 et, dans une moindre mesure, pour q3 et q6.



FIG. 4 – Cinq exemples de solutions à 2 étages admissibles.

La Fig. 5 représente quant à elle les meilleures des solutions à trois étages, toutes classées ex-æquo.

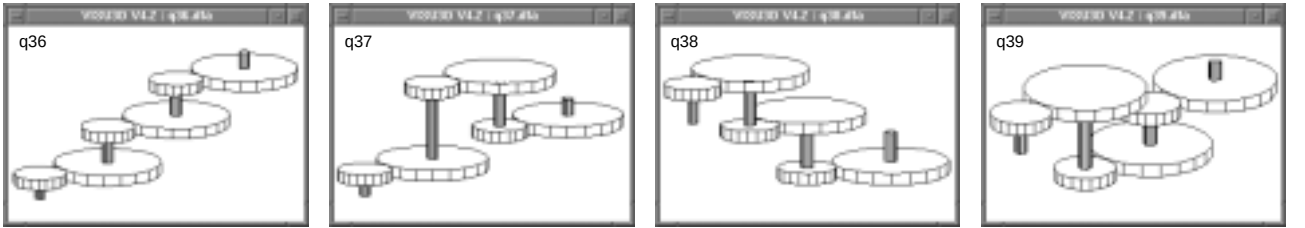


FIG. 5 – Exemples de solutions à 3 étages classées ex-æquo.

## 4 Pré-calcul dimensionnel par la méthode du squelette

Nous introduisons à cette étape la notion de *squelette de mécanisme*. Il s'agit en fait d'un modèle simplifié à l'extrême de mécanisme, consistant à le réduire aux arbres de transmission et à leur entraxe, en le délestent de toutes les autres pièces et formes complexes [5, 6]. Cette notion trouve tout son intérêt pour déterminer la position angulaire d'un étage  $i$  par rapport à l'étage  $i - 1$  autour de l'arbre commun. Elle s'avère très pratique essentiellement pour traiter des réducteurs à arbres non parallèles. Les exemples proposés dans cet article n'entrant pas dans cette catégorie, nous n'en dirons donc pas plus ici.

## 5 Calcul des dimensions principales

### 5.1 Présentation du problème

À cette étape du calcul, nous cherchons à passer d'une représentation qualitative de la topologie à une modélisation plus précise, avec notamment des pièces dessinées pour résister aux efforts et pour assurer un rapport de réduction correct. Les *variables* du problème sont :

- Pour chaque arbre  $i$  : sa longueur  $l_{Ai}$  et son rayon  $r_{Ai}$  ;
- Pour chaque train d'engrenage  $i$  : sa largeur de denture  $b_i$  et les rayons des roues  $r_{1i}, r_{2i}, r_{3i}, \dots$  ;
- Pour chaque étage  $i$  : l'orientation angulaire  $\xi_i$  d'un étage par rapport au précédent par rotation autour de l'arbre commun.

Nous considérerons que les matériaux, les qualités d'usinage, les angles de pression et d'hélice sont constants et prédéfinis. Le problème sera formulé comme un problème d'optimisation. La fonction objectif portera sur l'encombrement du mécanisme (somme des volumes des pièces). Les contraintes mises en jeu sont de nature à la fois géométrique et technologique :

## 5.2 Contraintes géométriques

- Contraintes de fermeture : elles imposent que l'arbre de sortie sorte bien avec la position  $O_s$  et l'orientation  $\vec{Z}_s$  du cahier des charges. Le calcul de la position et de l'orientation courantes de l'arbre de sortie est effectué à chaque itération du calcul par le module VISU3D, au moyen de multiples changements de repères.
- Continuité du mécanisme : la *continuité géométrique* du mécanisme permet d'assurer que les divers étages restent bien connectés quelles que soient les dimensions des étages eux-mêmes, c'est-à-dire que l'arbre de sortie d'un étage  $i$  reste aligné avec l'arbre d'entrée de l'étage  $i + 1$ . De même, nous désignons par *continuité cinématique* la propagation des vitesses de rotation le long du mécanisme en fonction des rapports de réduction des étages. Toutes les contraintes de continuité sont prises en charge par VISU3D et n'ont pas besoin d'être saisies par l'utilisateur.
- Non interférence entre solides : la plupart des formes intervenant dans les mécanismes traités sont cylindriques (tronçons d'arbres, roues dentées assimilées à leur cylindre primitif). Dans l'exemple proposé, nous traiterons de cylindres d'axes parallèles (mais nous avons aussi mis au point des critères pour des cylindres d'orientations quelconques). Deux cylindres  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  d'axes parallèles n'interfèrent pas si l'une ou l'autre des conditions ci-dessous est vraie :
  - Non interférence des sections droites dans le plan  $Oxy$ . Cela revient à déterminer si deux disques sont distincts, ce qui s'écrit :  $O_1O_2 > r_1 + r_2$
  - Non interférence des projections sur l'axe  $Oz$ . Cela consiste à tester si deux intervalles ont une intersection non vide, c'est-à-dire si  $d > (h_1 + h_2)/2$

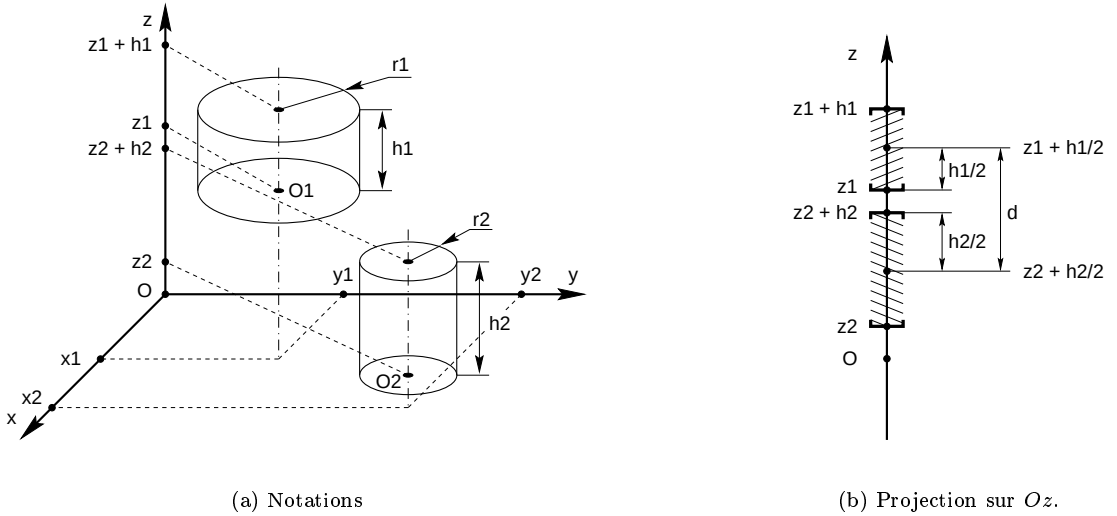


FIG. 6 – Détection d'interférences entre deux cylindres d'axe parallèle à  $Oz$ .

Les expressions sont ensuite mises sous forme adimensionnée, ce qui est toujours préférable pour un problème d'optimisation. D'autre part, on peut combiner les deux inéquations reliées par l'opérateur booléen « ou » en une unique inéquation 1 grâce à l'opérateur « min ». On obtient alors la relation de non interférence :

$$\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{\emptyset\} \iff \min \left[ \begin{array}{c} 1 - \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{(r_1 + r_2)^2} \\ 1 - 2 \cdot \frac{\left| \left( z_1 + \frac{h_1}{2} \right) - \left( z_2 + \frac{h_2}{2} \right) \right|}{h_1 + h_2} \end{array} \right] < 0 \quad (1)$$

### 5.3 Contraintes technologiques

Ces contraintes, propres à chaque type d'étage, sont stockées dans la base de contraintes (Fig. 3). Nous donnons, à titre d'exemple, les contraintes associées à un engrenage cylindrique à denture extérieure.

- Résistance des dentures à la pression superficielle (norme [1]) ;
- Respect de la distribution longitudinale de charge maximale ( $K_{H\beta} \leq K_{H\beta \text{ Max}}$ ) ;
- Rapport de forme des roues modéré (roues ni trop fines, ni trop larges) ;
- Vitesse tangentielle des roues raisonnable (environ 25 m/s selon [1]) ;
- Respect du rapport de réduction et du rendement minimum du cahier des charges ;
- Limitation de la déformée maximale des arbres en torsion, ce qui permet d'évaluer leur rayon.

### 5.4 Exemple de réducteur industriel

L'étude du plan d'ensemble d'un réducteur industriel pour cisaille à tôle nous a permis d'en tirer un modèle tridimensionnel (Fig. 7). Les valeurs des 20 variables correspondantes sont portées en Tab. 1.

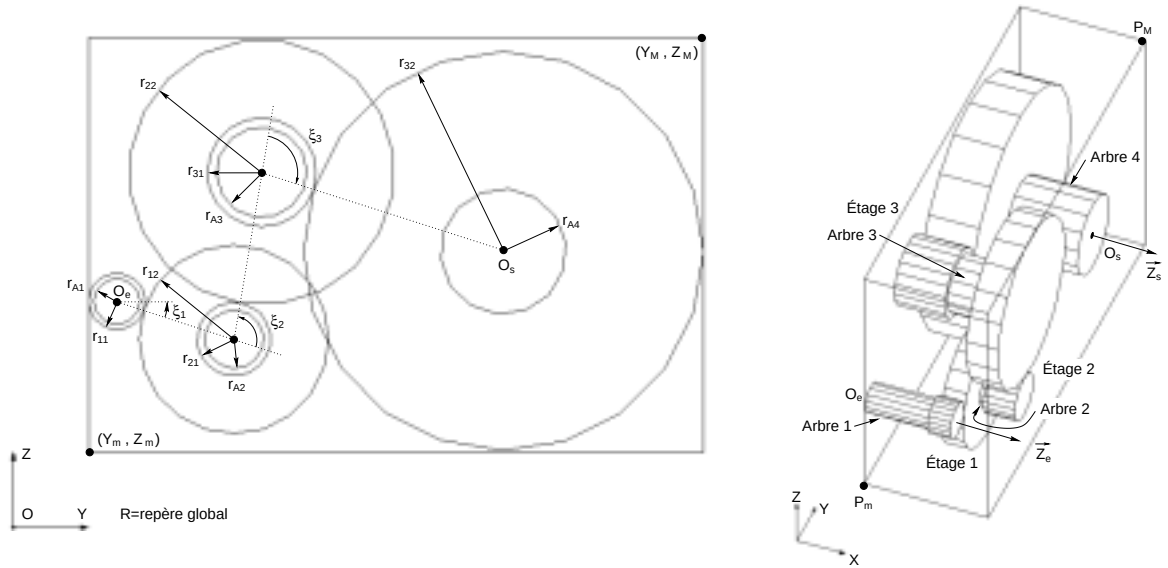


FIG. 7 – Reconstitution du réducteur avec VISU3D. Les vecteurs du repère ont une norme de 100 mm. La fonction objectif vaut :  $F_{Obj} = 3,82 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$ .

| Nom    | $r_{A1}$ | $l_{A1}$ | $\xi_1$ | $r_{11}$ | $r_{12}$ | $b_1$ | $r_{A2}$ | $l_{A2}$ | $\xi_2$ | $r_{12}$ | $r_{22}$ | $b_2$ | $r_{A3}$ | $l_{A3}$ |
|--------|----------|----------|---------|----------|----------|-------|----------|----------|---------|----------|----------|-------|----------|----------|
| Valeur | 30,5     | 130      | -17,9°  | 37,5     | 125      | 46    | 39       | 12       | 98,5°   | 48,8     | 175,5    | 64    | 60       | 84       |
| Nom    |          |          | $\xi_3$ | $r_{31}$ | $r_{32}$ | $b_3$ | $r_{A4}$ | $l_{A4}$ |         |          |          |       |          |          |
| Valeur |          |          | 98,7°   | 72       | 264      | 104   | 83       | 150      |         |          |          |       |          |          |

TAB. 1 – Valeurs des 20 variables dimensionnelles et angulaires des 3 étages du réducteur.

Ce réducteur à trois étages à une topologie du type q37 (cf. Fig. 5). Nous souhaitons en optimiser les formes avec OPTI3D pour voir si l'on peut faire plus compact que la solution industrielle. Ensuite, nous comparerons les topologies q37 et q38, qui sont toutes deux admissibles, afin de déterminer celle qui mène au mécanisme le plus compact.

L'utilisateur, après avoir choisi interactivement les valeurs initiales des variables, assiste à l'optimisation de forme en temps réel. L'intégralité du calcul est mémorisée et consultable ultérieurement, à la façon d'un magnétoscope virtuel, à l'aide du module ANIM (Fig. 8).

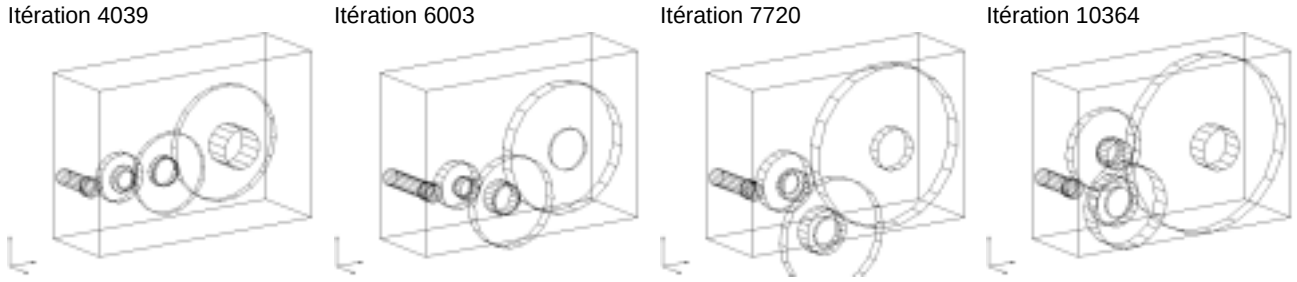
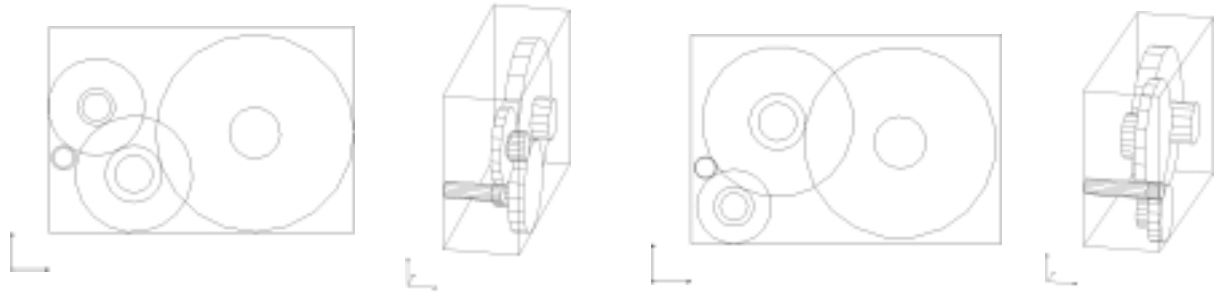


FIG. 8 – Le module ANIM permet de parcourir le calcul itération par itération, à la façon d'un magnétoscope.



(a) Réducteur q37 :  $F_{Obj} = 2,12 \cdot 10^7 mm^3$ .

(b) Réducteur q38 :  $F_{Obj} = 2,2 \cdot 10^7 mm^3$ .

FIG. 9 – Comparaison des optima pour q37 et q38.

| Nom    | $r_{A1}$ | $l_{A1}$ | $\xi_1$       | $r_{11}$ | $r_{12}$ | $b_1$ | $r_{A2}$ | $l_{A2}$ | $\xi_2$        | $r_{12}$ | $r_{22}$ | $b_2$ | $r_{A3}$ | $l_{A3}$ |
|--------|----------|----------|---------------|----------|----------|-------|----------|----------|----------------|----------|----------|-------|----------|----------|
| Valeur | 26,7     | 160,6    | $57,3^\circ$  | 32,2     | 129,7    | 33    | 37,8     | 10       | $-118,2^\circ$ | 49,7     | 156,2    | 51,4  | 50,4     | 10       |
| Nom    |          |          | $\xi_3$       | $r_{31}$ | $r_{32}$ | $b_3$ | $r_{A4}$ | $l_{A4}$ |                |          |          |       |          |          |
| Valeur |          |          | $-79,8^\circ$ | 76,2     | 265,2    | 57,1  | 68,9     | 61,1     |                |          |          |       |          |          |

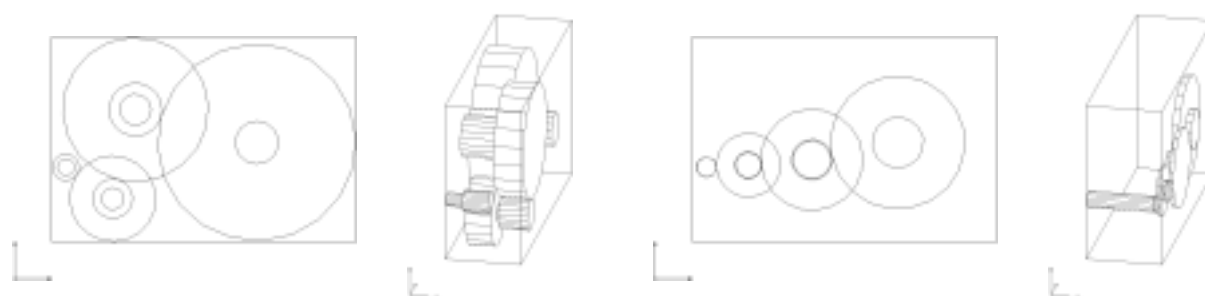
TAB. 2 – Valeurs optimales pour le réducteur q37 (Fig. 9(a)).

A l'issue du calcul, on obtient une solution localement optimale et plus compacte que le réducteur industriel de la Fig. 7, ce qui est un peu normal car nous avons un coefficient de sécurité de 1. On note cependant que les engrenages sont disposés en deux couches seulement, ce qui libère plus de 50% du volume à gauche de l'enveloppe (Tab. 2 et Fig. 9(a)). Le calcul avec la topologie q38 conduit à une fonction objectif très comparable. Cependant, les roues sont disposées en trois couches, ce qui ne conduit pas à une disposition aussi compacte que pour q37. On considère donc que la topologie q37 est la plus performante des deux.

Enfin, la Fig. 10 démontre l'extrême influence du choix du matériau sur les dimensions du mécanisme. Un matériau peu résistant (Fig. 10(a)) conduit à de grands diamètres de roues (pour minimiser les forces tangentielles) et à de fortes épaisseurs. Dans ce cas, le mécanisme tient à grand peine dans l'enveloppe et un outil tel que OPTI3D est indispensable au concepteur. Au contraire, avec des matériaux plus performants (Fig. 10(b)), le mécanisme contient sans difficulté dans l'enveloppe, qui s'avère même surdimensionnée.

## 6 Conclusion

Nous proposons une démarche intégrée pour la conception préliminaire de mécanismes de transmission en rotation, applicable notamment aux réducteurs à engrenages. Le logiciel CASYMIR, basé sur cette démarche, permet d'aider le concepteur à la fois par synthèse topologique et dimensionnelle. Il génère l'ensemble des topologies admissibles, permettant ensuite d'en optimiser les formes et de comparer leurs avantages respectifs. La possibilité de remettre facilement en cause la topologie même du mécanisme est trop rarement offerte dans



(a) Matériau extra-tendre : AF42 traité dans la masse,  
 $F_{Obj} = 4,82 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$ .

(b) Matériau extra-dur : 18NCD6 cémenté,  $F_{Obj} = 0,46 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$ .

FIG. 10 – Aspect du même mécanisme q37 construit dans deux matériaux très différents.

les logiciels de conception actuels et constitue un des avantages de CASYMIR. Son autre point fort est ce que nous baptisons *optimisation collaborative*, ou le mariage d'un optimiseur et d'un logiciel de CAO, ce qui facilite l'expression générique des contraintes du problème et augmente l'interactivité avec l'utilisateur.

## Références

- [1] **AFNOR (Association Française de NORmalisation)**. Détermination de la capacité de charge des engrenages cylindriques extérieurs de mécanique générale. Norme expérimentale AFNOR E 23-015, AFNOR, Tour Europe, Cedex 7, 92080 PARIS LA DÉFENSE, juillet 1982. 78 p.
- [2] **ARTOBOLEVSKI I.** *Les mécanismes dans la technique moderne*. Editions MIR-Moscou, 1975-1977. 5 volumes, 3442 p., Traduction française.
- [3] **AZARM S. and LI W.C.** « Multi-level design optimization using global monotonicity analysis ». *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 111:259–263, juin 1989.
- [4] **CHIRONIS N.P.** *Mechanisms, linkages and mechanical controls*. International Student Editions. Mc Graw-Hill, 1965. 356 p.
- [5] **FAUROUX J.C.** « Conception optimale de structures cinématiques tridimensionnelles. Application aux mécanismes de transmission en rotation ». Thèse de doctorat (spécialité : génie mécanique), INSA de Toulouse, Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse, 19 janvier 1999. 228 p.
- [6] **FAUROUX J.C. and SARTOR M.** « Geometrical definition of a speed reducer skeleton ». Dans *Actes de l'IDMME'96 (Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering)*, volume 2, pages 787–796, Ecole Centrale de Nantes, 15-17 avril 1996. PRIMECA / CIRP.
- [7] **FAUROUX J.C. and SARTOR M.** « Conception optimale de mécanismes. Application aux réducteurs à engrenages. ». Dans *Actes du 4<sup>ème</sup> Congrès Mondial des Engrenages*, CNIT La Défense, Paris, 16-18 mars 1999. 10 p.
- [8] **FREUDENSTEIN F. and MAKI E.R.** « The creation of mechanisms according to kinematic structure and function ». Dans *Environment and Planning B*, volume 6, pages 375–391, 1979.
- [9] **POMREHN L.P. and PAPALAMBROS P.Y.** « Discrete optimal design formulations with application to gear train design ». *Journal of mechanical design*, 117:419–424, septembre 1995.
- [10] **SUBRAMANIAN D. and WANG C.S.** « Kinematic synthesis with configuration spaces ». Dans *Proceedings of QR-93 (International workshop on Qualitative Reasoning about physical systems)*, Orcas Islands (USA/WA), May, 16-20 1993.